Q.C.M. et VRAI/FAUX dans les sujets de Bac TS Obligatoire de Septembre 2005 à Avril 2011

1 Suites

Antilles Guyane Septembre 2007

Soit $v = (v_n)_{n \geqslant 0}$ une suite.
On considère la suite u définie pour tout entier naturel n par $u_n = \mathrm{e}^{-v_n} + 1$.

Partie A

Pour chacune des questions, quatre propositions sont proposées dont une seule est exacte.
Pour chacune des questions donner, sans justification, la bonne réponse sur votre copie.
Une bonne réponse donne 0,75 point, une mauvaise réponse enlève 0,25 point et l'absence de réponse est comptée 0 point.
Tout total négatif est ramené à zéro.

1. a est un réel strictement positif et ln désigne la fonction logarithme népérien.
Si $v_0 = \ln a$ alors :

a. $u_0 = \dfrac{1}{a} + 1$ **b.** $u_0 = \dfrac{1}{1+a}$ **c.** $u_0 = -a + 1$ **d.** $u_0 = \mathrm{e}^{-a} + 1$

2. Si v est strictement croissante, alors :

a. u est strictement décroissante et majorée par 2
b. u est strictement croissante et minorée par 1
c. u est strictement croissante et majorée par 2
d. u est strictement décroissante et minorée par 1

3. Si v diverge vers $+\infty$, alors :

a. u converge vers 2
b. u diverge vers $+\infty$
c. u converge vers 1
d. u converge vers un réel ℓ tel que $\ell > 1$

3. Si v est majorée par 2, alors :

a. u est majorée par $1 + \mathrm{e}^{-2}$
b. u est minorée par $1 + \mathrm{e}^{-2}$
c. u est majorée par $1 + \mathrm{e}^{2}$
d. u est minorée par $1 + \mathrm{e}^{2}$

Partie B (1 point)
Démontrer que pour tout entier naturel non nul, on a $\ln(u_n) + v_n > 0$.

Polynésie Septembre 2010

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

1. On considère la suite (t_n) définie pour tout entier naturel n par :

$$t_0 = 0 \text{ et pour tout entier naturel } n,\ t_{n+1} = t_n + \frac{1}{(n+1)(n+2)}.$$

Proposition 1 : Pour tout entier naturel n, $t_n = \dfrac{n}{n+1}$.

2. On considère trois suites (u_n), (v_n) et (w_n) définies sur $\mathbb{N}$ telles que :

$$\text{pour tout entier naturel } n,\ u_n \leqslant w_n \leqslant v_n.$$

Proposition 2 : Si les suites (u_n)et (v_n) sont adjacentes alors la suite (w_n) est convergente.

3. Soient f et g deux fonctions définies et continues sur l'intervalle $[0\,;\,1]$. **Proposition 3** : Si $\displaystyle\int_0^1 f(x)\,\mathrm{d}x = \int_0^1 g(x)\,\mathrm{d}x$ alors $f = g$ sur l'intervalle $[0\,;\,1]$.

2 Probabilités

Réunion Septembre 2010

Dans une fête foraine, Luc décide de participer à un jeu qui se déroule de la manière suivante : Luc tire au hasard un jeton dans une urne contenant quatre jetons rouges et deux jetons bleus.

- Si le jeton tiré est bleu. Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, sans remettre dans l'urne le premier jeton tiré, il tire au hasard un deuxième jeton dans l'urne.
- Si le deuxième jeton tiré est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, sans remettre dans l'urne les deux jetons précédents, il tire au hasard un troisième jeton dans l'urne.
- Si le troisième jeton est bleu, Luc gagne et le jeu s'arrête ; sinon, le jeu s'arrête et Luc a perdu.

1. La probabilité que Luc gagne à ce jeu à l'issue du deuxième tirage est :

$$\frac{19}{15} \qquad \frac{2}{5} \qquad \frac{11}{15} \qquad \frac{4}{15}$$

2. La probabilité que Luc gagne à ce jeu à l'issue du troisième tirage est :

$$\frac{1}{5} \qquad \frac{1}{2} \qquad \frac{2}{15} \qquad \frac{1}{9}$$

3. La probabilité que Luc gagne à ce jeu après avoir effectué au moins deux tirages est :

$$\frac{3}{5} \qquad \frac{4}{15} \qquad \frac{7}{15} \qquad \frac{1}{3}$$

4. La probabilité que Luc gagne à ce jeu, sachant qu'il a obtenu un jeton rouge au premier tirage est :

$$\frac{7}{10} \qquad \frac{7}{15} \qquad \frac{11}{15} \qquad \frac{5}{9}$$

Métropole Juin 2010

1. Une urne contient 10 boules indiscernables au toucher : 7 sont blanches et 3 sont noires. On tire simultanément 3 boules de l'urne. La probabilité de tirer 2 boules blanches et 1 boule noire est égale à :

$$\frac{21}{40} \qquad \frac{7}{10}\times\frac{6}{9}\times\frac{1}{3} \qquad \frac{7}{10}\times\frac{7}{10}\times\frac{1}{3}$$

2. De la même urne, on tire une boule, on note sa couleur, on la remet dans l'urne ; on procède ainsi à 5 tirages successifs avec remise. La probabilité d'avoir obtenu 3 boules noires et 2 boules blanches est égale à :

$$\frac{3^3\times 7^2}{10^5} \qquad \binom{5}{2}\times\left(\frac{3}{10}\right)^2\times\left(\frac{7}{10}\right)^3 \qquad \binom{5}{2}\times\left(\frac{3}{10}\right)^3\times\left(\frac{7}{10}\right)^2$$

3. De la même urne, on tire une seule boule. Si elle est blanche, on lance un dé cubique (dont les faces sont numérotées de 1 à 6). Si la boule est noire, on lance un dé tétraédrique (dont les faces sont numérotées de 1 à 4). On suppose les dés bien équilibrés. Le joueur gagne s'il obtient le numéro 1.
Sachant que le joueur a gagné, la probabilité qu'il ait tiré une boule blanche est égale à :

$$\frac{7}{60} \qquad \frac{14}{23} \qquad \frac{\frac{7}{10}\times\frac{1}{6}}{\frac{1}{2}\times\frac{1}{6}+\frac{1}{2}\times\frac{1}{4}}$$

4. On note X une variable aléatoire qui suit une loi exponentielle de paramètre λ. (λ étant un nombre réel strictement positif). La probabilité de l'évènement $[1 \leqslant X \leqslant 3]$ est égale à :

$$\mathrm{e}^{-\lambda}-\mathrm{e}^{-3\lambda} \qquad \mathrm{e}^{-3\lambda}-\mathrm{e}^{-\lambda} \qquad \frac{\mathrm{e}^{-\lambda}}{\mathrm{e}^{-3\lambda}}$$

Nouvelle Calédonie Mars 2007

Pour chaque question une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte les points attribués à la question, une réponse inexacte enlève la moitié des points attribués à la question, l'absence de réponse est comptée 0 *point.*
Si le total est négatif la note est ramenée à 0.

A. Un sac contient 3 boules blanches, 4 boules noires et 1 boule rouge, indiscernables au toucher. On tire, au hasard, successivement, trois boules du sac, en remettant chaque boule tirée dans le sac avant le tirage suivant.

Question 1 : La probabilité de tirer trois boules noires est :

a. $\dfrac{\binom{4}{3}}{\binom{8}{3}}$ **b.** $\dfrac{9}{8}$ **c.** $\left(\dfrac{1}{2}\right)^3$ **d.** $\dfrac{4\times 3\times 2}{8\times 7\times 6}$

Question 2 : Sachant que Jean a tiré 3 boules de la même couleur, la probabilité qu'il ait tiré 3 boules rouges est :

a. 0 **b.** $\left(\dfrac{1}{8}\right)^3$ **c.** $\dfrac{23}{128}$ **d.** $\dfrac{1}{92}$

B. Soit f la fonction définie sur $[0\,;\,1]$ par $f(x) = x + m$ où m est une constante réelle.
Question 3 : f est une densité de probabilité sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ lorsque

a. $m = -1$ **b.** $m = \dfrac{1}{2}$ **c.** $m = \mathrm{e}^{\frac{1}{2}}$ **d.** $m = \mathrm{e}^{-1}$

C. La durée de vie en années d'un composant électronique suit une loi exponentielle de paramètre $0,2$.
Question 4 : La probabilité que ce composant électronique ait une durée de vie strictement supérieure à 5 ans est

a. $1 - \dfrac{1}{\mathrm{e}}$ **b.** $\dfrac{1}{\mathrm{e}}$ **c.** $\dfrac{1}{5\mathrm{e}}$ **d.** $\dfrac{1}{0,2}(\mathrm{e}-1)$

3 Complexes

Réunion Juin 2009

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\mathrm{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

1. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant : $z = 1 - 2\mathrm{i} + \mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$, θ étant un nombre réel.
   (a) (E) est une droite passant par le point d'affixe $2 - 2\mathrm{i}$.
   (b) (E) est le cercle de centre d'affixe $-1 + 2\mathrm{i}$ et de rayon 1.
   (c) (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2\mathrm{i}$ et de rayon 1.
   (d) (E) est le cercle de centre d'affixe $1 - 2\mathrm{i}$ et de rayon $\sqrt{5}$.
2. Soit f l'application du plan qui, à tout point M d'affixe z associe le point M' d'affixe z' tel que $z' = -\mathrm{i}z - 2\mathrm{i}$.
   (a) f est une homothétie.
   (b) Le point d'affixe $-1 - 2\mathrm{i}$ est un antécédent du point d'affixe i.
   (c) f est la rotation de centre le point d'affixe $1 + \mathrm{i}$ et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.
   (d) f est la rotation de centre le point d'affixe $-1 - \mathrm{i}$ et d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$.
3. Soit (F) l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z - 1 + \mathrm{i}| = |z + 1 + 2\mathrm{i}|$. Soient les points A, B et C d' affixes respectives $1 - \mathrm{i}$, $-1 + 2\mathrm{i}$ et $-1 - 2\mathrm{i}$.
   (a) C est un point de (F).
   (b) (F) est la médiatrice du segment [AB].
   (c) (F) est la médiatrice du segment [AC].
   (d) (F) est le cercle de diamètre [AB].
4. On considère dans l'ensemble des nombres complexes l'équation $z + |z|^2 = 7 + \mathrm{i}$. Cette équation admet :
   (a) Deux solutions distinctes qui ont pour partie imaginaire 1.
   (b) Une solution réelle.
   (c) Deux solutions dont une seule a pour partie imaginaire 1.
   (d) Une solution qui a pour partie imaginaire 2.

Nouvelle Calédonie Novembre 2007

Pour chaque question, une seule des trois propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.

Une réponse exacte rapporte $0,5$ *point ; une réponse inexacte enlève* $0,25$ *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*

Le plan complexe est muni d'un repère orthonormé direct d'origine O.

1. Une solution de l'équation $2z + \overline{z} = 9 + \mathrm{i}$ est :

a. 3 **b.** i **c.** $3 + \mathrm{i}$

2. Soit z un nombre complexe ; $|z + \mathrm{i}|$ est égal à :

a. $|z| + 1$ **b.** $|z - 1|$ **c.** $|\mathrm{i}\overline{z} + 1|$

3. Soit z un nombre complexe non nul d'argument θ. Un argument de $\dfrac{-1 + \mathrm{i}\sqrt{3}}{\overline{z}}$ est :

a. $-\dfrac{\pi}{3} + \theta$ **b.** $\dfrac{2\pi}{3} + \theta$ **c.** $\dfrac{2\pi}{3} - \theta$

4. Soit n un entier naturel. Le complexe $\left(\sqrt{3} + \mathrm{i}\right)^n$ est un imaginaire pur si et seulement si :

a. $n = 3$ **b.**$n = 6k + 3$, avec k relatif **c.** $n = 6k$ avec k relatif

5. Soient A et B deux points d'affixe respective i et -1. l'ensemble des points M d'affixe z vérifiant $|z - \mathrm{i}| = |z + 1|$ est :

a. la droite (AB) **b.** le cercle de diamètre [AB] **c.** la droite perpendiculaire à (AB) passant par O

6. Soit Ω le point d'affixe $1 - \mathrm{i}$. L'ensemble des points M d'affixe $z = x + \mathrm{i}y$ vérifiant $|z - 1 + \mathrm{i}| = |3 - 4\mathrm{i}|$ a pour équation :

a. $y = -x + 1$ **b.** $(x - 1)^2 + y^2 = \sqrt{5}$ **c.** $z = 1 - \mathrm{i} + 5\mathrm{e}^{\mathrm{i}\theta}$ avec θ réel

7. Soient A et B les points d'affixes respectives 4 et 3i. L'affixe du point C tel que le triangle ABC soit isocèle avec $\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}}, \overrightarrow{\mathrm{AC}}\right) = \dfrac{\pi}{2}$ est :

a. $1 - 4\mathrm{i}$ **b.** $-3\mathrm{i}$ **c.** $7 + 4\mathrm{i}$

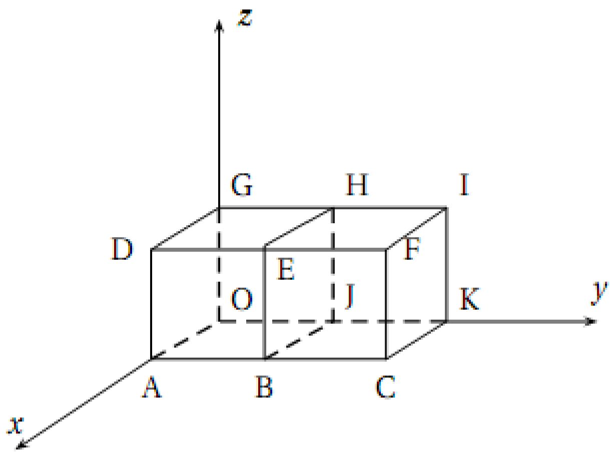
8. L'ensemble des solutions dans $\mathbb{C}$ de l'équation $\dfrac{z - 2}{z - 1} = z$ est :

a. $\{1 - \mathrm{i}\}$ **b.** L'ensemble vide **c.** $\{1 - \mathrm{i}\ ;\ 1 + \mathrm{i}\}$

4 Géométrie dans l'espace

Asie Juin 2010

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $\left(O,\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$, on considère les points : A(1, 0, 0), B(1, 1, 0), C(1, 2, 0), D(1, 0, 1), E(1, 1, 1), F(1, 2, 1), G(0, 0, 1), H(0, 1, 1), I(0, 2, 1), J(O, 1, 0), K(0, 2, 0) comme indiqués sur la figure ci -contre :



1. Question 1 : Le triangle GBI est :

   a : isocèle. **b** : équilatéral. **c** : rectangle.

2. Question 2 : Le barycentre du système de points pondérés $\{(O,\ 2),\ (A,\ \text{-}1),\ (C,\ 1)\}$ est :

   a : le point K. **b** : le point I. **c** : le point J.

3. Question 3 : Le produit scalaire $\overrightarrow{AH} \cdot \overrightarrow{FC}$ est égal à :

   a : 1. **b** : -1. **c** : 2.

4. Question 4 : Les points B, C, I, H :

   a : sont non coplanaires. **b** : forment un rectangle. **c** : forment un carré.

5. Question 5 : Une représentation paramétrique de paramètre t de la droite (KE) est :

   a $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & t \\ y & = & 2+t \\ z & = & t \end{array}\right.$. **b** $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & 3+4t \\ y & = & t \\ z & = & 4t \end{array}\right.$. **c** $\left\{\begin{array}{lcr} x & = & 1-t \\ y & = & 1+t \\ z & = & 1-t \end{array}\right.$.

6. Question 6 : Une équation cartésienne du plan (GBK) est :

   a : $2x+2y-z-2=0$. **b** : $x+y-3=0$. **c** : $x+y+2z=2$.

7. Question 7 : La distance du point C au plan (ADH) est :

   a : $\sqrt{2}$. **b** : 2. **c** : $\dfrac{1}{2}$.

8. Question 8 : Le volume du tétraèdre HJKB est égal à :

   a : $\dfrac{1}{2}$. **b** : $\dfrac{1}{6}$. **c** : $\dfrac{1}{3}$.

Métropole et Réunion Septembre 2008

Dans le plan orienté, ABCD est un carré direct $\left(\left(\overrightarrow{\mathrm{AB}},\ \overrightarrow{\mathrm{AD}}\right) = \dfrac{\pi}{2}\right)$. On note I son centre et J le milieu de [AI].

1. 1. C est le barycentre des points pondérés (A, m), (B, 1) et (D, 1) lorsque :

a. $m = -2$ **b.** $m = 2$ **c.** $m = -1$ **d.** $m = 3$

2.
a. B est l'image de C par la rotation de centre I et d'angle $\dfrac{\pi}{2}$.
b. Le rapport de l'homothétie de centre C qui transforme I en J est $\dfrac{2}{3}$.
c. Le triangle DAB est invariant par la symétrie de centre I.
d. J est l'image de I par la translation de vecteur $\dfrac{1}{2}\overrightarrow{\mathrm{BA}} + \dfrac{1}{4}\overrightarrow{\mathrm{DB}}$.
3. L'ensemble des points M du plan tels que $\|\overrightarrow{M\mathrm{A}} + \overrightarrow{M\mathrm{C}}\| = \mathrm{AB}$ est :
a. la médiatrice de [AC].
b. le cercle circonscrit au carré ABCD.
c. la médiatrice de [AI].
d. le cercle inscrit dans le carré ABCD.
4. L'ensemble des points M du plan tels que :

$$\left(2\overrightarrow{M\mathrm{A}} + \overrightarrow{M\mathrm{B}} + \overrightarrow{M\mathrm{D}}\right) \cdot \left(\overrightarrow{M\mathrm{A}} - \overrightarrow{M\mathrm{C}}\right) = 0$$

est :
a. la médiatrice de [AC].
b. le cercle circonscrit au carré ABCD.
c. la médiatrice de [AI].
d. le cercle inscrit dans le carré ABCD.

Antilles Guyane Juin 2008

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.

1. L'ensemble des points $M(x\ ;\ y\ ;\ z)$ tels que : $\left\{\begin{array}{rcl} 2x - 6y + 2z - 7 &=& 0 \\ -x + 3y - z + 5 &=& 0 \end{array}\right.$ est :

Réponse A :	Réponse B :	Réponse C :	Réponse D :
l'ensemble vide	une droite	un plan	réduit à un point

2. Les droites de représentations paramétriques respectives :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 1 - t \\ y &=& -1 + t \\ z &=& 2 - 3t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}) \quad \text{et} \quad \left\{\begin{array}{rcl} x &=& 2 + t \\ y &=& -2 - t \\ z &=& 4 + 2t \end{array}\right. \quad (t \in \mathbb{R}) \text{ sont :}$$

Réponse A :	Réponse B :	Réponse C :	Réponse D :
parallèles et distinctes	confondues	sécantes	non coplanaires

3. La distance du point A$(1\ ;\ -2\ ;\ 1)$ au plan d'équation $-x + 3y - z + 5 = 0$ est égale à :

Réponse A : $\dfrac{3}{11}$ Réponse B : $\dfrac{3}{\sqrt{11}}$ Réponse C : $\dfrac{1}{2}$ Réponse D : $\dfrac{8}{\sqrt{11}}$

4. Le projeté orthogonal du point B$(1\,;\,6\,;\,0)$ sur le plan d'équation $-x + 3y - z + 5 = 0$ a pour coordonnées :

Réponse A : $(3\,;\,1\,;\,5)$ Réponse B : $(2\,;\,3\,;\,1)$ Réponse C : $(3\,;\,0\,;\,2)$ Réponse D : $(-2; 3; -6)$

Antilles Guyane Septembre 2005

Pour cet exercice, vous recopierez pour chaque question, votre réponse.
Chaque réponse juste rapporte 1 point. Une absence de réponse n'est pas sanctionnée. Il sera retiré 0,5 point par réponse fausse.
La note finale de l'exercice ne pourra pas être inférieure à zéro. Soit $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k}\right)$ un repère orthonormal.

1. La droite passant par A(1 ; 2 ; −4) et B(−3 ; 4 ; 1) et la droite représentée par $\begin{cases} x = -11-4t \\ y = 8+2t \\ z = 11+5t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ sont :

   ☐ sécantes ☐ strictement parallèles ☐ confondues ☐ non coplanaires

2. Soient le plan $\mathcal{P}$ d'équation $2x+3y-z+4=0$ et la droite $\mathcal{D}$ représentée par $\begin{cases} x = t \\ y = t \\ z = 8+t \end{cases}$ $t \in \mathbb{R}$ ☐ $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ sont sécants. ☐ $\mathcal{P}$ et $\mathcal{D}$ sont strictement parallèles. ☐ $\mathcal{D}$ est incluse dans $\mathcal{P}$. ☐ Aucune de ces possibilités n'est vraie.

3. La distance du point A(1 ; 2 ; −4) au plan d'équation $2x+3y-z+4=0$ est :

   ☐ $\dfrac{8\sqrt{14}}{7}$ ☐ 16 ☐ $8\sqrt{14}$ ☐ $\dfrac{8}{7}$

4. Soient le point B(−3 ; 4 ; 1) et la sphère $\mathcal{S}$ d'équation $x^2+y^2+z^2=16$;

   ☐ B est à l'intérieur de $\mathcal{S}$ ☐ B est à l'extérieur de $\mathcal{S}$
   ☐ B est sur $\mathcal{S}$ ☐ On ne sait pas.

Amérique du Sud Novembre 2006

Dans l'espace rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k}\right)$, on considère les points :
A de coordonnées (3 ; 1 ; −5), B de coordonnées (0 ; 4 ; −5), C de coordonnées (−1 ; 2 ; −5) et D de coordonnées (2 ; 3 ; 4).

Pour chacune des six affirmations ci-dessous, préciser si elle est vraie ou fausse. Aucune justification n'est demandée. Le candidat doit indiquer sur sa copie le numéro de la question et la mention «VRAI » *ou* «FAUX ». *On attribue* 0,5 *point par réponse correcte et on retranche* 0,25 *point par réponse incorrect.*
L'absence de réponse n'est pas pénalisée. Un éventuel total négatif est ramené à 0.

1. Les points A, B et D sont alignés.
2. La droite (AB) est contenue dans le plan d'équation cartésienne : $x+y=4$.
3. Une équation cartésienne du plan (BCD) est : $18x-9y-5z+11=0$.
4. Les points A, B, C et D sont coplanaires.
5. La sphère de centre A et de rayon 9 est tangente au plan (BCD).
6. Une représentation paramétrique de la droite (BD) est :

$$\begin{cases} x = 1-2k \\ y = \dfrac{7}{2}+k, \\ z = -\dfrac{1}{2}-9k \end{cases} \quad k \in \mathbb{R}$$

Nouvelle Calédonie Novembre 2006

Première partie

L'espace est rapporté à un repère orthonormal $\left(\mathrm{O}, \overrightarrow{\imath}, \overrightarrow{\jmath}, \overrightarrow{k}\right)$. On considère :

- les points A(0 ; 0 ; 3), B(2 ; 0 ; 4), C(−1 ; 1 ; 2) et D(1 ; −4 ; 0)
- les plans (P_1) : $7x+4y-3z+9=0$ et (P_2) : $x-2y=0$.
- les droites (Δ_1) et (Δ_2) définies par leurs systèmes d'équations paramétriques respectifs

$$\begin{cases} x = -1+t \\ y = -8+2t \\ z = -10+5t \end{cases} t \in \mathbb{R} \qquad \begin{cases} x = 7+2t' \\ y = 8+4t' \\ z = 8-t' \end{cases} t' \in \mathbb{R}$$

Pour chaque question, une seule des quatre propositions est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie. Aucune justification n'est demandée.
Une réponse exacte rapporte 0,5 point ; une réponse inexacte enlève 0,25 *point ; l'absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à* 0.

	a.	b.	c.	d.
1. Le plan (P_1) est	Le plan (ABC)	Le plan (BCD)	Le plan (ACD)	Le plan (ABD)
2. La droite (Δ_1) contient	Le point A	Le point B	Le point C	Le point D
3. Position relative de (P_1) et de (Δ_2)	(Δ_1) est strictement parallèle a (P_1)	(Δ_1) est incluse dans (P_1)	(Δ_1) coupe (P_1)	(Δ_1) est orthogonale à (P_1)
4. Position relative de (Δ_1) et de (Δ_2)	(Δ_1) est strictement parallèle à (Δ_2)	(Δ_1) et (Δ_2) sont confondues	(Δ_1) et (Δ_2)) sont sécantes	(Δ_1) et (Δ_2) sont non coplanaires.
5. L'intersection de (P_1) et de (P_2) est une droite dont une représentation paramétrique est	$\left\{\begin{array}{lll} x &=& t\\ y &=& -2+\frac{1}{2}t\\ z &=& 3t\end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{lll} x &=& 2t\\ y &=& t\\ z &=& 3+6t\end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{lll} x &=& 5t\\ y &=& 1-2t\\ z &=& t\end{array}\right.$	$\left\{\begin{array}{lll} x &=& -1+t\\ y &=& 2+t\\ z &=& -3t\end{array}\right.$

Liban Juin 2007

Pour chacune des 5 propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie.
Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$.
On considère la droite (d) dont un système d'équations paramétriques est :

$$\left\{\begin{array}{lll} x &=& 2-\dfrac{t}{2}\\ y &=& 1\\ z &=& 5-\dfrac{3t}{2}\end{array}\right. \qquad (t\in\mathbb{R})$$

On note A le point de coordonnées $(2\ ;\ -1\ ;\ 1)$, B le point de coordonnées $(4\ ;\ -2\ ;\ 2)$ et C le point de (d) d'abscisse 1.

1. Proposition 1
   «La droite (d) est parallèle à l'axe $\left(\mathrm{O}\ ;\ \vec{\jmath}\right)$ ».
2. Proposition 2
   «Le plan P d'équation $x+3z-5=0$ est le plan passant par A et orthogonal à (d) ».
3. Proposition 3
   «La mesure de l'angle géométrique $\widehat{\mathrm{BAC}}$ est $\dfrac{\pi}{3}$ radians ».
4. Soit G le barycentre des points pondérés $(\mathrm{A}\,;-1)$, $(\mathrm{B}\,;1)$ et $(\mathrm{C}\,;1)$.
   Proposition 4
   «Les segments [AG] et [BC] ont le même milieu ».
5. Proposition 5
   «La sphère de centre C et passant par B coupe le plan P d'équation $x+3z-5=0$ ».

Asie Juin 2008

A -Vrai ou faux ? *Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Dans le cas d'une proposition fausse la démonstration consistera à proposer un contre-exemple ; une figure pourra constituer ce contre-exempte.*

Rappel des notations :
- $\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2$ désigne l'ensemble des points communs aux plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$.
- L'écriture $\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2=\emptyset$ signifie que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ n'ont aucun point commun.

1. Si $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :
   $$\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2\neq\emptyset \text{ et } \mathcal{P}_2\cap\mathcal{P}_3\neq\emptyset,$$
   alors on peut conclure que $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_3$ vérifient : $\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_3\neq\emptyset$.
2. Si $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :
   $$\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2\cap\mathcal{P}_3=\emptyset$$
   alors on peut conclure que $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont tels que : $\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2=\emptyset$ et $\mathcal{P}_2\cap\mathcal{P}_3=\emptyset$.
3. Si $\mathcal{P}_1$, $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ sont trois plans distincts de l'espace vérifiant :
   $$\mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2\neq\emptyset \text{ et } \mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_3=\emptyset,$$
   alors on peut conclure que $\mathcal{P}_2$ et $\mathcal{P}_3$ vérifient : $\mathcal{P}_2\cap\mathcal{P}_3\neq\emptyset$.
4. Si $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont deux plans distincts et $\mathcal{D}$ une droite de l'espace vérifiant :
   $$\mathcal{P}_1\cap\mathcal{D}\neq\emptyset \text{ et } \mathcal{P}_1\cap\mathcal{P}_2=\emptyset,$$
   alors on peut conclure que $\mathcal{P}_2\cap\mathcal{D}\neq\emptyset$

B - Intersection de trois plans donnés

Dans un repère orthonorrnal de l'espace on considère les trois plans suivants :

- $\mathcal{P}_1$ d'équation $x + y - z = 0$
- $\mathcal{P}_2$ d'équation $2x + y + z - 3 = 0$,
- $\mathcal{P}_3$ d'équation $x + 2y - 4z + 3 = 0$.

1. Justifier que les plans $\mathcal{P}_1$ et $\mathcal{P}_2$ sont sécants puis déterminer une représentation paramétrique de leur droite d'intersection, notée Δ.
2. En déduire la nature de l'intersection $\mathcal{P}_1 \cap \mathcal{P}_2 \cap \mathcal{P}_3$.

Centres étrangers Juin 2008

L'espace est rapporté au repère orthonormal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$. On considère les points :

$$\text{A}(2\ ;\ 1\ ;\ -1),\quad \text{B}(-1\ ;\ 2\ ;\ 4),\quad \text{C}(0\ ;\ -2\ ;\ 3),\quad \text{D}(1\ ;\ 1\ ;\ -2)$$

et le plan $\mathcal{P}$ d'équation $x - 2y + z + 1 = 0$.
Pour chacune des huit affirmations suivantes, dire, sans justifier, si elle est vraie ou si elle est fausse.
Le candidat indiquera sur sa copie le numéro de la question et l'un des deux mots ***VRAI*** *ou* ***FAUX*** *correspondant à la réponse choisie.*
Une réponse exacte rapporte 0,5 point. Une réponse inexacte enlève 0,25 point. L'absence de réponse n'apporte ni n'enlève aucun point.
Si le total est négatif, la note de l'exercice est ramenée à 0.

1. Affirmation 1 : les points A, B et C définissent un plan.
2. Affirmation 2 : la droite (AC) est incluse dans le plan $\mathcal{P}$.
3. Affirmation 3 : une équation cartésienne du plan (ABD) est : $x + 8y - z - 11 = 0$.
4. Affirmation 4 : une représentation paramétrique de la droite (AC) est :

$$\left\{\begin{array}{rcl} x &=& 2k\\ y &=& 2+3k\\ z &=& 3-4k\end{array}\right. \quad (k \in \mathbb{R}).$$

5. Affirmation 5 : les droites (AB) et (CD) sont orthogonales.
6. Affirmation 6 : la distance du point C au plan $\mathcal{P}$ est égale à $4\sqrt{6}$
7. Affirmation 7 : la sphère de centre D et de rayon $\dfrac{\sqrt{6}}{3}$ est tangente au plan $\mathcal{P}$.
8. Affirmation 8 : le point $\text{E}\left(-\dfrac{4}{3}\ ;\ \dfrac{2}{3}\ ;\ \dfrac{5}{3}\right)$ est le projeté orthogonal du point C sur le plan $\mathcal{P}$.

5 Divers

Asie Juin 2009

L'exercice comporte quatre questions indépendantes. Pour chacune d'entre elles, trois réponses sont proposées dont une seule est exacte. Il s'agit de déterminer la bonne réponse et de justifier le choix ainsi effectué.
Un choix non justifié ne rapporte aucun point. Toutefois, toute trace de recherche, même incomplète, ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

Question 1 : La solution f de l'équation différentielle $y' + 2y = 6$ qui vérifie la condition initiale $f(0) = 1$ est définie sur l'ensemble $\mathbb{R}$ des nombres réels par :

Réponse (1) :	Réponse (2) :	Réponse (3) :
$f(x) = -2\text{e}^{-2x} + 3$	$f(x) = -2\text{e}^{2x} + 3$	$f(x) = -2\text{e}^{-2x} - 3$

Question 2 : On considère un triangle ABC et on note I le point tel que $2\overrightarrow{\text{IB}} + \overrightarrow{\text{IC}} = \vec{0}$.
Les points G, I et A sont alignés lorsque G est le barycentre du système :

Réponse (1) :	Réponse (2) :	Réponse (3) :
$\{(\text{A}, 1), (\text{C}, 2)\}$	$\{(\text{A}, 1), (\text{B}, 2), (\text{C}, 2)\}$	$\{(\text{A}, 1), (\text{B}, 2), (\text{C}, 1)\}$

Question 3 : Dans l'espace muni d'un repère orthononnal $\left(\text{O},\ \vec{\imath},\ \vec{\jmath},\ \vec{k}\right)$, on considère le plan $\mathcal{P}$ d'équation cartésienne : $x - 3y + 2z = 5$ et le point $\text{A}(2\ ;\ 3\ ;\ -1)$.
Le projeté orthogonal du point A sur le plan $\mathcal{P}$ est le point :

Réponse (1) :	Réponse (2) :	Réponse (3) :
$H_1(3\ ;\ -1\ ;\ 4)$	$H_2(4\ ;\ -3\ ;\ -4)$	$H_3(3\ ;\ 0\ ;\ 1)$

Question 4 : La valeur moyenne de la fonction f définie sur l'intervalle $[0\,;\,1]$ par $f(x) = \dfrac{1}{1+x^2}$ est égale à :

Réponse (1) :	Réponse (2) :	Réponse (3) :
$-\dfrac{\pi}{2}$	$\dfrac{\pi}{4}$	$\dfrac{\pi}{2}$

Métropole Septembre 2005

Pour chaque question, une seule des quatre réponses proposées est exacte. Le candidat indiquera sur la copie le numéro de la question et la lettre correspondant à la réponse choisie.
Chaque réponse exacte rapporte 1 *point, chaque réponse fausse enlève* 0,5 *point. Une absence de réponse est comptée* 0 *point. Si le total est négatif, la note est ramenée à zéro.*
Aucune justification n'est demandée.

1. Soit z le nombre complexe de module $\sqrt{2}$ et d'argument $\dfrac{\pi}{3}$. On a alors :

   A : $z^{14} = -128\sqrt{3} - 128\text{i}$. C : $z^{14} = -64 + 64\text{i}\sqrt{3}$.
   B : $z^{14} = 64 - 64\text{i}$. D : $z^{14} = -128 + 128\text{i}\sqrt{3}$

2. On considère, dans le plan complexe rapporté à un repère orthonormal, le point S d'affixe 3 et le point T d'affixe 4i. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z tels que $|z-3| = |3-4\text{i}|$.
   A : (E) est la médiatrice du segment [ST] ;
   B : (E) est la droite (ST) ;
   C : (E) est le cercle de centre Ω d'affixe $3-4\text{i}$, et de rayon 3 ;
   D : (E) est le cercle de centre S et de rayon 5.

3. On considère un hexagone régulier ABCDEF, dont les côtés sont de longueur 1. Le produit scalaire $\overrightarrow{\text{AC}} \cdot \overrightarrow{\text{CF}}$ est égal à :

   A : $\sqrt{3}$ B : -3 C : $-\sqrt{3}$ D ; $\dfrac{3}{2}$.

4. Une fonction g est définie sur l'intervalle $]-\infty\ ;\ 0]$ par $g(x) = \dfrac{\sqrt{x^2-2x}}{x-3}$; soit Γ sa courbe représentative dans un repère du plan.
   A : Γ admet une asymptote d'équation $y = -1$.
   B : Γ n'admet pas d'asymptote.
   C : Γ admet une asymptote d'équation $y = x$.
   D : Γ admet une asymptote d'équation $y = 1$.

5. Soit la fonction f définie sur $\mathbb{R}$ par $f(x) = \displaystyle\int_0^x \text{e}^{-t^2}\,\text{d}t$. La fonction f'', dérivée seconde de la fonction f sur $\mathbb{R}$, est définie par :

   A : $f''(x) = \displaystyle\int_0^x -2t\text{e}^{-t^2}\,\text{d}t$. C : $f''(x) = -2x\text{e}^{-x^2}$.
   B : $f''(x) = \displaystyle\int_0^x -2x\text{e}^{-x^2}\,\text{d}x$. D : $f''(x) = \text{e}^{-x^2}$.

Liban Juin 2008

Pour chacune des six propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une démonstration de la réponse choisie. Une réponse non démontrée ne rapporte aucun point.

Partie A

Le plan complexe est rapporté à un repère orthonormal direct $\left(\text{O},\ \vec{u},\ \vec{v}\right)$.

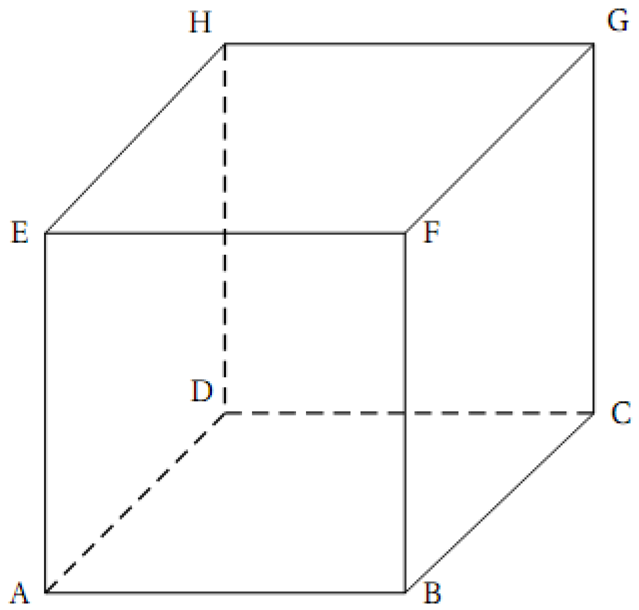
1. Soit z un nombre complexe d'argument $\dfrac{\pi}{3}$.
   Proposition 1 : «z^{100} est un nombre réel ».
2. Soit (E) l'ensemble des points M d'affixe z différente de 1 du plan telle que $\left|\dfrac{z}{1-z}\right| = 1$.
   Proposition 2 : «l'ensemble (E) est une droite parallèle à l'axe des réels ».
3. Soit r la rotation d'angle $-\dfrac{\pi}{2}$ et dont le centre K a pour affixe $1+\text{i}\sqrt{3}$. **Proposition 3** : «l'image du point O par la rotation r a pour affixe
   $\left(1-\sqrt{3}\right) + \text{i}\left(1+\sqrt{3}\right)$ ».

4. On considère l'équation (E) suivante : $z^2 + 2\cos\left(\frac{\pi}{5}\right)z + 1 = 0$.

Proposition 4 : «l'équation (E) a deux solutions complexes de modules égaux à 1 ».

Partie B

On considère le cube ABCDEFGH d'arête 1, représenté ci-dessous.
Proposition 5 : «le vecteur $\overrightarrow{AG}$ est normal au plan (BDE) ».
Proposition 6 : «les droites (EB) et (ED) sont perpendiculaires ».



Polynésie Juin 2008

Pour chacune des propositions suivantes, indiquer si elle est vraie ou fausse et donner une justification de la réponse choisie. Une réponse non justifiée ne rapporte aucun point. Toutefois, toute trace de recherche, même incomplète ou d'initiative, même non fructueuse, sera prise en compte dans l'évaluation.

1. Soit f la fonction solution sur $\mathbb{R}$ de l'équation différentielle $y' = -y + 2$ telle que $f(\ln 2) = 1$.

   Proposition 1 : « La courbe représentative de f admet au point d'abscisse 0, une tangente d'équation $y = 2x$ «.
2. Soient f et g deux fonctions définies sur un intervalle $[A\ ;\ +\infty[$ où A est un réel strictement positif.

   Proposition 2 : «Si $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x) = 0$ alors $\lim\limits_{x \to +\infty} f(x)g(x) = 0$ ».
3. On admet qu'un bloc de glace fond en perdant 10 % de sa masse par minute.

   Sa masse initiale est de 10 kg.

   Proposition 3 : «À partir de la soixante-dixième minute, sa masse devient inférieure à 1 g ».
4. Soient A et B deux évènements d'un même univers Ω muni d'une probabilité p.

   Proposition 4 : «Si A et B sont indépendants et si $p(\text{A}) = p(\text{B}) = 0{,}4$ alors $p(\text{A} \cup \text{B}) = 0{,}8$ ».
5. Une usine fabrique des pièces. Une étude statistique a montré que 2 % de la production est défectueuse. Chaque pièce est soumise à un contrôle de fabrication. Ce contrôle refuse 99 % des pièces défectueuses et accepte 97 % des pièces non défectueuses.

   On choisit au hasard une pièce avant son passage au contrôle.

   Proposition 5 : «La probabilité que la pièce soit acceptée est égale à 0,9508 ».

Antilles Guyane Juin 2009

Dans chacun des cas suivants, indiquer si l'affirmation proposée est vraie ou fausse et justifier la réponse.

1. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$.

   Soit le point A d'affixe 3, le point B d'affixe -4i et l'ensemble $\mathscr{E}$ des points M d'affixe z tels que $|z-3| = |z+4\text{i}|$.

   Affirmation : $\mathscr{E}$ est la médiatrice du segment $[AB]$.
2. Le plan complexe est muni d'un repère orthonormal $\left(\text{O},\ \overrightarrow{u},\ \overrightarrow{v}\right)$.

   On considère trois points A, B et C deux à deux distincts, d'affixes respectives a, b et c, tels que $\dfrac{c-a}{b-a} = 2\text{i}$.

   Affirmation : A appartient au cercle de diamètre $[BC]$.
3. On considère le nombre $z = 2\text{e}^{\text{i}\frac{\pi}{7}}$.

   Affirmation : z^{2009} est un nombre réel positif.

4. On considère trois points A, B et C non alignés de l'espace. Le point G est le centre de gravité du trangle ABC.
   On note $\mathscr{F}$ l'ensemble des points M vérifiant $\left\|\overrightarrow{MA} + \overrightarrow{MB} + \overrightarrow{MC}\right\| = 6$.

   Affirmation : $\mathscr{F}$ est la sphère de centre de G et de rayon 2.

5. L'espace est muni d'un repère orthonormal $\left(\mathrm{O},\ \overrightarrow{\imath},\ \overrightarrow{\jmath},\ \overrightarrow{k}\right)$.
   $\mathscr{S}$ est la sphère d'équation $x^2 + y^2 + z^2 = 5$.
   $\mathscr{P}$ est le plan d'équation $x + y - 5 = 0$.

   Affirmation : Le plan $\mathscr{P}$ coupe la sphère $\mathscr{S}$ suivant un cercle.
